Universidad de Oriente
Núcleo de Anzoátegui.
Escuela de Cursos Básicos
Departamento de Ciencias
Área de Matemática

UNIDAD I

Guía Resuelta

I. CONICAS:

1. En cada una de las ecuaciones dadas; identifique a la cónica correspondiente.

N°	Ecuación General	Respuesta			
		Identificación de las Cónicas			
		Nombre de la Cónica	Ecuación Característica	Ubicación Punto Ppal	Disposición del Eje Ppal
01	$y^2 = 16x$	Parábola	$y^2 = 16x$	V $(0;0)$	ES // X
02	$x^2 = -16y$	Parábola	$x^2 = -16y$	V $(0;0)$	ES // Y
03	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$	Elipse	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$	C $(0;0)$	EM // Y
04	$x^2 + 4y^2 = 36$	Elipse	$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$	C $(0;0)$	EM // X
05	$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$	Hipérbola	$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$	C $(0;0)$	EP // Y
06	$4x^2 - 25y^2 = 100$	Hipérbola	$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1$	C $(0;0)$	EP // X
07	$3x^2 - y^2 + 30x + 78 = 0$	Hipérbola	$\frac{y^2}{3} - (x+5)^2 = 1$	C $(-5;0)$	EP // Y
08	$4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$	Elipse	$\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$	C $(-2;1)$	EM // X
09	$y^2 - 4x + 6y + 17 = 0$	Parábola	$(y+3)^2 = 4(x-2)$	V $(2;-3)$	ES // X
10	$5x^2 + 2y^2 - 10x + 4y - 7 = 0$	Elipse	$\frac{5(x-1)^2}{14} + \frac{(y+1)^2}{7} = 1$	C $(1;-1)$	EM // Y
11	$9x^2 - 16y^2 - 54x + 32y - 79 = 0$	Hipérbola	$\frac{(x-3)^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$	C $(3;1)$	EP // X
12	$x^2 = y^2 - 4x + 4$	Hipérbola	$\frac{(x+2)^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1$	C $(-2;0)$	EP // X
13	$x^2 + y^2 = 12x - 6y + 61$	Circunferencia	$\frac{(x-6)^2}{106} + \frac{(y+3)^2}{106} = 1$	C $(6;-3)$	$\phi = \sqrt{106}$
14	$3x^2 + 5y^2 - 6x - 10y - 50 = 0$	Elipse	$\frac{3(x-1)^2}{58} + \frac{5(y-1)^2}{58} = 1$	C $(1;1)$	EM // X

N°	Ecuación General	Respuesta			
		Identificación de la Cónica			
		Nombre de la Cónica	Ecuación Característica	Ubicación del Punto Ppal	Disposición del Eje Ppal
15	$x^2-8y-4=0$	Parábola	$x^2=8\left(y+\frac{1}{2}\right)$	V $\left(0;-\frac{1}{2}\right)$	ES // Y
16	$4y^2-48x-20y-71=0$	Parábola	$\left(y-\frac{5}{2}\right)^2=12(x+2)$	V $\left(-2;\frac{5}{2}\right)$	ES // X
17	$9x^2+4y^2=36$	Elipse	$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$	C $(0;0)$	EM // Y
18	$9x^2+25y^2-36x+150y+36=0$	Elipse	$\frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y+3)^2}{9}=1$	C $(2;-3)$	EM // X
19	$x^2-y^2-4x-6y-14=0$	Hipérbola	$\frac{(x-2)^2}{9}-\frac{(y+3)^2}{9}=1$	C $(2;-3)$	EP // X
20	$x^2+y^2=2ax+2ay$	Circunferencia	$\frac{(x-a)^2}{2a^2}+\frac{(y-a)^2}{2a^2}=1$	C $(a;a)$	$\phi=\sqrt{2}a$
21	$9(x-2)^2-4(y+3)^2=36$	Hipérbola	$\frac{(x-2)^2}{4}-\frac{(y+3)^2}{9}=1$	C $(2;-3)$	EP // X
22	$y^2+4x=8$	Parábola	$y^2=-4(x-2)$	V $(2;0)$	ES // X
23	$y^2+8x=0$	Parábola	$y^2=-8x$	V $(0;0)$	ES // X
24	$x^2-9y^2-4x+36y-41=0$	Hipérbola	$\frac{(x-2)^2}{9}-(y-2)^2=1$	C $(2;2)$	EP // X
25	$16x^2+25y^2=400$	Elipse	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$	C $(0;0)$	EM // X
26	$9x^2+4y^2-8y-32=0$	Elipse	$\frac{x^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{9}=1$	C $(0;1)$	EM // Y
27	$3y^2-2x+4y-7=0$	Parábola	$\left(y+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2}{3}\left(x+\frac{25}{6}\right)$	V $\left(-\frac{25}{6};-\frac{2}{3}\right)$	ES // X
28	$5x^2+2y^2-30x+20y+90=0$	Elipse	$(x-3)^2+\frac{2(y+5)^2}{5}=1$	C $(3;-5)$	EM // Y
29	$9x^2-4y^2+54x+16y+81=0$	Hipérbola	$\frac{(y-2)^2}{4}-\frac{9(x+3)^2}{16}=1$	C $(-3;2)$	EP // Y
30	$6x^2+24x-8y+19=0$	Parábola	$(x+2)^2=\frac{4}{3}\left(y+\frac{5}{8}\right)$	V $\left(-2;\frac{5}{8}\right)$	ES // Y

N°	Ecuación General	Respuesta			
		Identificación de las Cónicas			
		Nombre de la Cónica	Ecuación Característica	Ubicación del Punto Ppal	Disposición del Eje Ppal
31	$4x^2+9y^2+32x-18y+37=0$	Elipse	$\frac{(x+4)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$	C $(-4;1)$	EM // X
32	$9x^2-4y^2-54x+16y+29=0$	Hipérbola	$\frac{(x-3)^2}{4}-\frac{(y-2)^2}{9}=1$	C $(3;2)$	EP // X
33	$2x^2-3y^2-8x+18y-20=0$	Hipérbola	$2(x-2)^2-3(y-3)^2=1$	C $(2;3)$	EP // X
34	$15x^2-14y^2-150x-28y+351=0$	Hipérbola	$\frac{3(x-5)^2}{2}-\frac{7(y+1)^2}{5}=1$	C $(5;-1)$	EP // X
35	$4x^2-9y^2-8x-18y+31=0$	Hipérbola	$\frac{(y+1)^2}{4}-\frac{(x-1)^2}{9}=1$	C $(1;-1)$	EP // Y
36	$9x^2+4y^2-36x-24y+36=0$	Elipse	$\frac{(x-2)^2}{4}+\frac{(y-3)^2}{9}=1$	C $(2;3)$	EM // Y
37	$16y^2-9x^2+72x+64y-224=0$	Hipérbola	$\frac{(y+2)^2}{9}-\frac{(x-4)^2}{16}=1$	C $(4;-2)$	EP // Y
38	$16x^2-9y^2-128x-36y+76=0$	Hipérbola	$\frac{(x-4)^2}{9}-\frac{(y+2)^2}{16}=1$	C $(4;-2)$	EP // X
39	$9x^2-4y^2+54x+16y+29=0$	Hipérbola	$\frac{(x+3)^2}{4}-\frac{(y+2)^2}{9}=1$	C $(-3;-2)$	EP // X
40	$5x^2+3y^2-10x+12y+17=0$	Punto	$5(x-1)^2+3(y+2)^2=0$	P $(1;-2)$	---
41	$x^2-2x-3=0$	Recta	$x=3$	---	R // Y
42	$x^2-y^2=0$	Recta	$x=y$	---	45 ° con respecto a X
43	$25x^2-4y+2x-6=0$	Parábola	$\left(x+\frac{1}{25}\right)^2=\frac{4}{25}\left(y+\frac{151}{100}\right)$	V $\left(-\frac{1}{25};\frac{151}{100}\right)$	ES // Y
44	$2y^2+41y=0$	Recta	$y=0$	---	R // X

N°	Ecuación General	Respuesta			
		Identificación de las Cónicas			
		Nombre de la Cónica	Ecuación Característica	Ubicación del Punto Ppal	Disposición del Eje Ppal
45	$2x^2-y^2-4=0$	Hipérbola	$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$	C $(0;0)$	EP // X
46	$4x^2+2y^2-7x+y-5=0$	Elipse	$\frac{64\left(x-\frac{7}{8}\right)^2}{131}+\frac{32\left(y+\frac{1}{4}\right)^2}{131}=1$	C $\left(\frac{7}{8};-\frac{1}{4}\right)$	EM // Y
47	$2x^2+2y^2+4y-x-20=0$	Circunferencia	$\frac{8\left(x-\frac{1}{4}\right)^2}{81}+\frac{8(y+1)^2}{81}=1$	C $\left(\frac{1}{4};-1\right)$	$\phi=\frac{9\sqrt{2}}{4}$
48	$3x^2-2x+5y-24=0$	Parábola	$\left(x-\frac{1}{3}\right)^2=-\frac{5}{3}\left(y-\frac{73}{15}\right)$	V $\left(\frac{1}{3};\frac{73}{15}\right)$	ES // Y
49	$4x^2-20x-24y+97=0$	Parábola	$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=6(y-3)$	V $\left(\frac{5}{2};3\right)$	ES // Y
50	$16x^2+25y^2+32x-100y-284=0$	Elipse	$\frac{(x+1)^2}{25}+\frac{(y-2)^2}{16}=1$	C $(-1;2)$	EM // X
51	$4x^2-12y^2+24x+96y-181=0$	Hipérbola	$\frac{4(x+3)^2}{25}-\frac{12(y-4)^2}{25}=1$	C $(-3;4)$	EP // X
52	$y^2-2x^2+4y+x-\frac{1}{8}=0$	Hipérbola	$\frac{(y+2)^2}{4}-\frac{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2}{2}=1$	C $\left(\frac{1}{4};-2\right)$	EP // Y
53	$4y^2+4y+4x+9=0$	Parábola	$\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=-(x+2)$	V $\left(-2;-\frac{1}{2}\right)$	ES // X
54	$2x^2-3x+8y+1=0$	Parábola	$\left(x^2-\frac{3}{4}\right)^2=-4\left(y-\frac{1}{64}\right)$	V $\left(\frac{3}{4};\frac{1}{64}\right)$	ES // Y
55	$-y^2+4x-4y-7=0$	Parábola	$(y+2)^2=4\left(x-\frac{3}{4}\right)$	V $\left(\frac{3}{4};-2\right)$	ES // X
56	$5x^2+9y^2-10x-54y+41=0$	Elipse	$\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y-3)^2}{5}=1$	C $(1;3)$	EM // X
57	$16x^2+y^2-16=0$	Elipse	$x^2+\frac{y^2}{16}=1$	C $(0;0)$	EM // Y
58	$9x^2-4y^2-54x+8y+113=0$	Hipérbola	$-\frac{(x-3)^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{9}=1$	C $(3;1)$	EP // Y

N°	Ecuación General	Respuesta			
		Identificación de las Cónicas			
		Nombre de la Cónica	Ecuación Característica	Ubicación del Punto Ppal	Disposición del Eje Ppal
59	$5y^2-4x^2-30y-32x-99=0$	Hipérbola	$\frac{(y-3)^2}{16}-\frac{(x+4)^2}{20}=1$	C $(-4;3)$	EP // Y
60	$4y^2+9x^2-24y-72x+144=0$	Elipse	$\frac{(x-4)^2}{4}+\frac{(y-3)^2}{9}=1$	C $(4;3)$	EM // Y
61	$4x^2+3y^2-8x+12y-32=0$	Elipse	$\frac{(x-1)^2}{12}+\frac{(y+2)^2}{16}=1$	C $(1;-2)$	EM // Y
62	$4x^2+16y^2-4x-32\sqrt{2}y+29=0$	Elipse	$4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+16\left(y-\sqrt{2}\right)^2=4$	C $\left(\frac{1}{2};\sqrt{2}\right)$	EM // X
63	$4x^2-9y^2-16x-54y-101=0$	Hipérbola	$\frac{(x-2)^2}{9}-\frac{(y+3)^2}{4}=1$	C $(2;-3)$	EP // X
64	$4y^2-48x-20y-71=0$	Parábola	$\left(y-\frac{5}{2}\right)^2=12(x+2)$	V $\left(-2;\frac{5}{2}\right)$	ES // X
65	$9x^2+25y^2-36x+150y+36=0$	Elipse	$\frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y+3)^2}{9}=1$	C $(2;-3)$	EM // X
66	$4x^2-40y-20x-71=0$	Parábola	$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=10\left(y+\frac{12}{5}\right)$	V $\left(\frac{5}{2};-\frac{12}{5}\right)$	ES // Y
67	$9y^2+25x^2+36y+150x+36=0$	Elipse	$\frac{(y-2)^2}{25}+\frac{(x+3)^2}{9}=1$	C $(-3;2)$	EM // Y
68	$9y^2-4x^2-16x-54y+29=0$	Hipérbola	$\frac{(y-3)^2}{4}-\frac{(x+2)^2}{9}=1$	C $(-2;3)$	EP // Y
69	$y^2-4x-12y+28=0$	Parábola	$(y-6)^2=4(x+2)$	V $(-2;6)$	ES // X
70	$4x^2+y^2+24x-6y+29=0$	Elipse	$\frac{(x+3)^2}{4}+\frac{(y-3)^2}{16}=1$	C $(-3;3)$	EM // Y
71	$3x^2-2y^2+6x-8y-17=0$	Hipérbola	$\frac{(x+1)^2}{4}-\frac{(y-2)^2}{6}=1$	C $(-1;2)$	EP // X
72	$9x^2+25y^2-36x+150y+36=0$	Elipse	$\frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y+3)^2}{9}=1$	C $(2;-3)$	EM // X
73	$9y^2-4x^2+54y+16x+29=0$	Hipérbola	$\frac{(y+3)^2}{4}-\frac{(x-2)^2}{9}=1$	C $(2;-3)$	EP // Y

Leyenda: EM: Eje Mayor – ES: Eje de Simetría – EP: Eje Principal - ϕ: Diámetro

2. De las ecuaciones dadas en el punto anterior, calcule sus elementos característicos y grafique, en caso de ser parábola, circunferencia, elipse o hipérbola.

3. Resuelva los siguientes ejercicios de aplicación de cónica.

   a) El arco parabólico de un puente tiene en su base una anchura B, y en su centro una altura H. Escriba su ecuación (escoja el origen de coordenadas en el suelo, en el extremo izquierdo del arco).

   Respuesta: $\left(x-\frac{B}{2}\right)^2=-4\left(\frac{B^2}{16H}\right)(y-H)$

   b) Un espejo parabólico tiene una profundidad de 24cm en el centro, y su anchura es de 16cm. Halle la distancia del vértice al foco.

   Respuesta: $\frac{2}{3}$ cm del vértice

   c) El reflector de un faro esta diseñado de manera que una sección transversal a través de su eje es una parábola y la fuente de luz esta colocada en el foco. Encuentre el foco suponiendo que el reflector mide 3 pies de diámetro y 1 pie de profundidad.

   Respuesta: $\frac{9}{16}$ pies del vértice

d) Las dos torres de suspensión de un puente colgante distan entre sí por 300m y se extienden 80m por encima de la calzada. Si el cable (que tiene forma de una parábola) es tangente a la calzada en el centro del puente, hale la altura del cable por encima de la pista a 50m del centro del puente.

Respuesta: $\frac{80}{9}$ m.

e) Demuestre que el vértice es el punto de la parábola que esta mas cerca del foco. (Sugerencia: considere $x^2 = 4py$).

Respuesta: Comparando los resultados arrojados por la ecuación de distancia entre 2 puntos: $\overline{VF} = p$ con $\overline{FP} = (y + p)$, observaremos que para la distancia entre el foco y cualquier punto existirá un incremento en "y" distancia siempre y cuando este punto no sea el vértice. Por cuanto se puede inferir así que el vértice es el punto más próximo al foco.

f) Una nave espacial es vista desde la tierra moviéndose en ruta parabólica, cuyo foco es nuestro planeta. Cuando la recta que va de la tierra a la nave espacial forma un ángulo de 90° con el eje de la parábola, la nave se encuentra a 40 millones de millas ¿Qué tan cerca pasara de la tierra la nave espacial? Considere a la tierra como punto.

Respuesta: 20 millones de millas en su punto más cercano.

g) Resuelva el problema anterior, suponiendo que el ángulo es de 75° en vez de 90°.

Respuesta: 14,83 millones de millas

h) El cable de un puente colgante pende de forma de parábola. La distancia entre las dos torres de suspensión es de 150m; los puntos de soporte del cable en la torre se hallan a 22m sobre la calzada. Halle la distancia al cable, de un punto de calzada ubicado a 15m de la base una torre

Respuesta: 16,6 m

i) El techo de un vestíbulo de 10m de ancho tiene forma semielíptica; ademes, tiene 9m de altura en el centro y 6m de alto en la paredes laterales. Halle la altura del techo a 2m de cualquier pared.

Respuesta: $\frac{42}{5}$ m

j) Una puerta tiene la forma de un arco elíptico (media elipse) de 10 pies de ancho por 4 pies de altura en el centro. Se va a pasar por la puerta una caja de dos pies de altura ¿Qué amplitud debe tener la caja?.

Respuesta: no deberá ser mas que $5\sqrt{3}$ pies

k) Los puntos A y B están a 1000m de distancia, y se determina por el sonido de una explosión escuchada en estos puntos en diferentes momentos, que el lugar de la explosión esta 600m mas cerca de A que de B. Demuestre que la localidad de la explosión se restringe a una curva particular, y halle la ecuación de dicha curva.

Respuesta: La rama izquierda de $\frac{x^2}{90000} - \frac{y^2}{160000} = 1$

II. ANTIDERIVADA DE UNA FUNCION:

1. Resolver las siguientes integrales indefinidas.

N°	Integral	Respuesta	N°	Integral	Respuesta
01	$\int\left(x^{n-1}+\frac{2}{x^n}\right)dx$	$\frac{x^n}{n}+2\frac{x^{1-n}}{1-n}+C$ si $n\neq 1$ $x+2\ln(x)+C$ si $n=1$	13	$\int\frac{2sen(x)}{3\cos^3(x)}dx$	$\frac{\sec^2(x)}{3}+C$
			14	$\int\frac{dx}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)^3}$	$-\frac{1}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}+C$
02	$\int\left(\frac{u^2+\sqrt[3]{u}}{\sqrt{u}}\right)du$	$\frac{2u^{5/2}}{5}+\frac{6u^{5/6}}{5}+C$	15	$\int x\sqrt{1+x^2}\,dx$	$\frac{\sqrt{\left(1+x^2\right)^3}}{3}+C$
03	$\int\left(\frac{2}{x^2}-\frac{4}{\sqrt{x}}+3\sqrt[3]{x^2}\right)dx$	$-\frac{2}{x}-8\sqrt{x}+\frac{9\sqrt[3]{x^5}}{5}+C$	16	$\int\left(1-\frac{1}{x}\right)^3\frac{dx}{x^2}$	$\frac{(x-1)^4}{4x^4}+C$
04	$\int\frac{x\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}}dx$	$\frac{4\sqrt[4]{x^9}}{9}+C$	17	$\int\frac{sen\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}dx$	$-2\cos\left(\sqrt{x}\right)+C$
05	$\int\frac{1-tg^2(x)}{sen^2(x)}dx$	$-ctg(x)-tg(x)+C$	18	$\int sen(2x-y)dx$	$-\frac{\cos(2x-y)}{2}+C$
06	$\int\frac{\left(2\sqrt{x}+5\right)^2}{\sqrt[3]{x}}dx$	$\frac{12\sqrt[3]{x^5}}{5}+\frac{120\sqrt[6]{x^7}}{7}+\frac{75\sqrt[3]{x^2}}{2}+C$	19	$\int\frac{sen(\theta)}{\cos^2(\theta)}d\theta$	$\sec(\theta)+C$
07	$\int\frac{(x-1)(x-2)}{x}dx$	$\frac{x^2}{2}-3x+2\ln(x)+C$	20	$\int sen^4(x)\cos(x)dx$	$\frac{sen^5(x)}{5}+C$
08	$\int\frac{3x^2+2\sqrt[3]{x}}{x^2}dx$	$3x-\frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}+C$	21	$\int\frac{x}{\sqrt{a^2+b^2x^2}}dx$	$\frac{\sqrt{a^2+b^2x^2}}{b^2}+C$
09	$\int\frac{sen^2(x)-k}{sen^2(x)}dx$	$x+kctg(x)+C$	22	$\int\frac{x^2-3}{(x+1)^4}dx$	$-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{2}{3(x+1)^3}+C$
10	$\int\frac{k\cos^2(x)+1}{\cos^2(x)}dx$	$kx+tg(x)+C$	23	$\int\frac{x^3-x}{(3x+1)^3}dx$	$\frac{(3x+1)}{81}-\frac{\ln(3x+1)}{27}-\frac{4}{27(3x+1)}+\frac{4}{81(3x+1)^2}+C$
11	$\int\sqrt{2+\sqrt{1+\sqrt{x}}}\,dx$	$\frac{8\left(\sqrt{2+\sqrt{1+\sqrt{x}}}\right)^9}{9}-\frac{48\left(\sqrt{2+\sqrt{1+\sqrt{x}}}\right)^7}{7}+\frac{88\left(\sqrt{2+\sqrt{1+\sqrt{x}}}\right)^5}{5}-16\left(\sqrt{2+\sqrt{1+\sqrt{x}}}\right)^3+C$			
12	$\int\frac{\left(x^2-1\right)}{(x-1)}dx$	$\frac{x^2}{2}+x+C$	24	$\int\frac{sen(2x)}{\sqrt{1+\cos^2(x)}}dx$	$-2\sqrt{1+\cos^2(x)}+C$

UNIVERSIDAD DE ORIENTE
Venezuela

N°	Integral	Respuesta	N°	Integral	Respuesta
25	$\int \frac{(x^2-2x+1)^{1/5}}{1-x}dx$	$-\frac{5(x-1)^{2/5}}{2}+C$	39	$\int \frac{4x^2}{(1-8x)^4}dx$	$\frac{1}{384(1-8x)^3}-\frac{1}{128(1-8x)^2}+\frac{1}{128(1-8x)}+C$
26	$\int \frac{b^3x^3}{(1-a^4x^4)^5}dx$	$\frac{b^3}{16a^4(1-a^4x^4)^4}+C$	40	$\int x^2\sqrt{1+x}dx$	$\frac{2(\sqrt{1+x})^7}{7}-\frac{4(\sqrt{1+x})^5}{5}+\frac{2(\sqrt{1+x})^3}{3}+C$
27	$\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2+\sqrt{(1+x^2)^3}}}dx$	$2\sqrt{1+\sqrt{1+x^2}}+C$	41	$\int \frac{sen(\sqrt{x})\sqrt{1-\cos(\sqrt{x})}}{\sqrt{x}}dx$	$\frac{4\left(\sqrt{1-\cos(\sqrt{x})}\right)^3}{3}+C$
28	$\int x(x+1)^{14}dx$	$\frac{(x+1)^{16}}{16}-\frac{(x+1)^{15}}{15}+C$	42	$\int \sqrt{1+\frac{1}{3x}}\frac{dx}{x^2}$	$-2\sqrt{\left(1+\frac{1}{3x}\right)^3}+C$
29	$\int \frac{(2a^2-x^2)x^3}{(a^2-x^2)^{3/2}}dx$	$\frac{a^4}{\sqrt{a^2-x^2}}+\frac{\sqrt{(a^2-x^2)^3}}{3}+C$	43	$\int \frac{(x-2)}{\sqrt{x^2+4x-1}}dx$	$\sqrt{x^2+4x-1}+C$
30	$\int x\left(3x+\frac{1}{2}\right)^8dx$	$\frac{(6x+1)^{10}}{92160}-\frac{(6x+1)^9}{82944}+C$	44	$\int \frac{dx}{1+\cos(x)}$	$-ctg(x)+\csc(x)+C$
31	$\int \frac{x^3}{(1+6x^2)^{1/3}}dx$	$\frac{(1+6x^2)^{5/3}}{120}-\frac{(1+6x^2)^{2/3}}{48}+C$	45	$\int \frac{1+sen(x)}{(x-\cos(x))^3}dx$	$-\frac{1}{2(x-\cos(x))^2}+C$
32	$\int (x+2)\sqrt{x-1}dx$	$\frac{2(x-1)^{5/2}}{5}+2(x-1)^{3/2}+C$	46	$\int (2-x)\sqrt{x+1}dx$	$2\left(\sqrt{x+1}\right)^3-\frac{2\left(\sqrt{x+1}\right)^5}{5}+C$
33	$\int \frac{dx}{\sqrt{6+6x^{-2}}}$	$\sqrt{\frac{(x^2+1)}{6}}+C$	47	$\int \left(\frac{x\sqrt{a}+a\sqrt{x}}{\sqrt{a}}\right)dx$	$\frac{x^2}{2}+\frac{2\sqrt{ax^3}}{3}+C$
34	$\int x^2(1+3x)^{-3/2}dx$	$\frac{2(1+3x)^{3/2}}{81}-\frac{4(1+3x)^{1/2}}{27}-\frac{2(1+3x)^{-1/2}}{27}+C$	48	$\int \frac{\sqrt{1-\cos(x)}}{\csc(x)}dx$	$\frac{2\left(\sqrt{1-\cos(x)}\right)^3}{3}+C$
35	$\int \frac{dx}{1+sen(x)}$	$tg(x)-\sec(x)+C$	49	$\int \left(\frac{t\sqrt{x}+x\sqrt{t}}{\sqrt{t}}\right)^2\frac{dt}{\sqrt{x}}$	$\frac{\sqrt{x}t^2}{2}+\frac{4x\sqrt{t^3}}{3}+\sqrt{x^3}t+C$
36	$\int \frac{\sec^4(x)}{\sqrt{1+tg(x)}}dx$	$\frac{2(\sqrt{1+tg(x)})^5}{5}-\frac{4(\sqrt{1+tg(x)})^3}{3}+4\sqrt{1+tg(x)}+C$	50	$\int \frac{sen(\cos(x))}{\csc(x)}dx$	$\cos(\cos(x))+C$
37	$\int \frac{sen(t)\cos(t)}{\sqrt{3sen(t)+5}}dt$	$\frac{2(\sqrt{3sen(t)+5})^3}{27}-\frac{10\sqrt{3sen(t)+5}}{9}+C$	51	$\int \sqrt[3]{\frac{1-\sqrt[3]{x}}{x^2}}dx$	$-\frac{9\left(\sqrt[3]{1-\sqrt[3]{x}}\right)^4}{4}+C$
38	$\int \frac{\sqrt{x^{13}}}{\sqrt{\sqrt{x^5}+1}}dx$	$\frac{4(\sqrt{x^5}+1)^{5/2}}{25}-\frac{8(\sqrt{x^5}+1)^{3/2}}{15}+\frac{4(\sqrt{x^5}+1)^{1/2}}{5}+C$	52	$\int (8x-4)\cos^2(x^2-x)dx$	$2(x^2-x)+sen(2(x^2-x))+C$

UNIVERSIDAD DE ORIENTE
Venezuela

N°	Integral	Respuesta	N°	Integral	Respuesta
53	$\int \sqrt[3]{sen^2\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)dx$	$3\frac{\sqrt[3]{sen^5\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}}{5}+C$	67	$\int \sqrt{\frac{1+3\sqrt{x}}{x}}dx$	$\frac{4\left(\sqrt{1+3\sqrt{x}}\right)^3}{9}+C$
54	$\int \left(\csc(2\theta)-ctg(2\theta)\right)^2 d\theta$	$-ctg(2\theta)+\csc(2\theta)-\theta+C$	68	$\int \frac{\sqrt{1+\frac{1}{x^3}}}{x^4}dx$	$-\frac{2\sqrt{\left(x^3+1\right)^3}}{9\sqrt{x^9}}+C$
55	$\int \sqrt{\frac{x^7}{\sqrt{x^3-1}}}dx$	$\frac{4\left(\sqrt{x^3-1}\right)^5}{15}+\frac{8\left(\sqrt{x^3-1}\right)^3}{9}+\frac{4\left(\sqrt{x^3-1}\right)}{3}+C$	69	$\int \left(1-2t^2\right)^{1/3}t^3dt$	$-\frac{3\left(1-2t^2\right)^{4/3}}{32}+\frac{3\left(1-2t^2\right)^{7/3}}{56}+C$
56	$\int \sqrt{2+\sqrt{3x}}dx$	$\frac{4\left(\sqrt{2+\sqrt{3x}}\right)^5}{15}-\frac{8\left(\sqrt{2+\sqrt{3x}}\right)^3}{9}+C$	70	$\int \frac{sen(2x)}{\sqrt{1+sen^2(x)}}dx$	$2\sqrt{1+sen^2(x)}+C$
57	$\int \frac{x}{\sqrt{x}-\sqrt{x+2}}dx$	$-\frac{\sqrt{x^5}}{5}-\frac{\sqrt{(x+2)^5}}{5}+2\frac{\sqrt{(x+2)^3}}{3}+C$	71	$\int ctg\left(\frac{\pi x}{2}\right)\sqrt{sen\left(\frac{\pi x}{2}\right)}dx$	$\frac{4\sqrt{sen\left(\frac{\pi x}{2}\right)}}{\pi}+C$
58	$\int \left(\frac{ctg\left(\sqrt{x}\right)-sen\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt[4]{x}}\right)^2 dx$	$-2ctg\left(\sqrt{x}\right)-\sqrt{x}-4sen\left(\sqrt{x}\right)-\frac{sen\left(2\sqrt{x}\right)}{2}+C$	72	$\int \frac{sen^3(x)}{1-\cos(x)}dx$	$-\cos(x)+\frac{sen^2(x)}{2}+C$
59	$\int \left(\frac{\sec^5(3x)}{\csc(3x)}\right)dx$	$\frac{1}{12\cos^4(3x)}+C$	73	$\int \frac{\cos(x)}{\sqrt{2sen(x)+1}}dx$	$\sqrt{2sen(x)+1}+C$
60	$\int \frac{dx}{(sen(\pi x)+\cos(\pi x))^2}$	$\frac{tg(2\pi x)}{2\pi}-\frac{\sec(2\pi x)}{2\pi}+C$	74	$\int \frac{\sqrt[3]{x}}{\left(1+\sqrt[3]{x^4}\right)^5}dx$	$-\frac{3}{16\left(1+\sqrt[3]{x^4}\right)^4}+C$
61	$\int \frac{x}{\sqrt{2+\sqrt{x+4}}}dx$	$\frac{4\left(\sqrt{2+\sqrt{x+4}}\right)^7}{7}-\frac{24\left(\sqrt{2+\sqrt{x+4}}\right)^5}{5}+\frac{32\left(\sqrt{2+\sqrt{x+4}}\right)^3}{3}+C$	75	$\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2-1}}dx$	$\frac{\left(\sqrt{x^2-1}\right)^3}{3}+\sqrt{x^2-1}+C$
62	$\int \left(\frac{a}{t}+b\right)^5\left(\frac{a+b}{t}\right)^2 dt$	$-\frac{(a+b)^2(a+bt)^6}{6at^6}+C$	76	$\int \frac{1-\cos\left(x/2\right)}{sen^2\left(x/2\right)}dx$	$-2ctg\left(x/2\right)+2\csc\left(x/2\right)+$
63	$\int \frac{\csc^2(x)}{\sqrt{1+ctg(x)}-\sqrt{ctg(x)-1}}dx$	$-\left[\frac{\left(\sqrt{ctg(x)-1}\right)^3+\left(\sqrt{ctg(x)+1}\right)^3}{3}\right]+C$	77	$\int \frac{sen(x)dx}{\cos^3(x)\left[1+\sec^2(x)\right]^5}$	$-\frac{1}{8\left[1+\sec^2(x)\right]^4}+C$
64	$\int \frac{x^{-2}}{tg^2\left(1/x\right)}dx$	$ctg\left(\frac{1}{x}\right)+\frac{1}{x}+C$	78	$\int \frac{\sqrt{\sqrt{x}+1}}{\sqrt{x}}dx$	$\frac{4\left(\sqrt{\sqrt{x}+1}\right)^3}{3}+C$
65	$\int \frac{t\left(t^3-4\right)}{\sqrt{t^5-10t^2+3}}dt$	$\frac{2\sqrt{t^5-10t^2+3}}{5}+C$	79	$\int \frac{x^2}{\sqrt{x+1}}dx$	$2\left[\frac{\left(\sqrt{x+1}\right)^5}{5}-\frac{2\left(\sqrt{x+1}\right)^3}{3}+\sqrt{x+1}\right]+C$
66	$\int \frac{\sqrt[5]{sen^2(x)}}{\csc(2x)}dx$	$\frac{5sen^{12/5}(x)}{6}+C$	80	$\int \frac{1-\sec^2\left(x/3\right)}{\csc\left(x/3\right)}dx$	$-3\cos\left(x/3\right)-3\sec\left(x/3\right)+C$

UNIVERSIDAD DE ORIENTE
Venezuela

N°	Integral	Respuesta	N°	Integral	Respuesta
81	$\int \frac{[1+sen(x)]\cos(x)}{[1+4sen(x)+2sen^2(x)]^3}dx$	$\frac{1}{4}\left\langle \frac{1}{2[sen(x)+1]-1}-\frac{1}{2\{2[sen(x)+1]-1\}^2}\right\rangle+C$	95	$\int \frac{dx}{\text{sen}^2(x)\sqrt{1+c\,\text{tg}(x)}}$	$-2\sqrt{1+c\,\text{tg}(x)}+C$
82	$\int (x^2+2)\sqrt[5]{x-1}dx$	$5\left[\frac{\left(\sqrt[5]{x-1}\right)^{16}}{16}+\frac{\left(\sqrt[5]{x-1}\right)^{11}}{11}+\frac{\left(\sqrt[5]{x-1}\right)^{6}}{6}\right]+C$	96	$\int \frac{x^4-2x+1}{x^2-1}dx$	$\frac{x^3}{3}-x+C$
83	$\int \frac{dx}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}$	$4\left[\frac{\left(\sqrt{1+\sqrt{x}}\right)^3}{3}-\left(\sqrt{1+\sqrt{x}}\right)\right]+C$	97	$\int \frac{x^2dx}{(5x-1)^3}$	$\frac{1}{125}\left[\ln(5x-1)-\frac{1}{5x-1}-\frac{1}{(5x-1)^2}\right]+C$
84	$\int \frac{dx}{(\cos(3x)+\text{sen}(3x))^2}$	$\frac{\text{tg}(6x)}{6}-\frac{\sec(6x)}{6}+C$	98	$\int \frac{\left(\sqrt{x-1}+1\right)dx}{\sqrt{x-1}-1}$	$2\left[\frac{\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2}{2}+\left(\sqrt{x-1}-1\right)\right]+C$
85	$\int \frac{dx}{\cos^2(x)\sqrt{1+\text{tg}(x)}}$	$2\sqrt{1+\text{tg}(x)}+C$	99	$\int \frac{\text{sen}(x)\cos(x)dx}{\sqrt{\cos^2(x)-\text{sen}^2(x)}}$	$-\frac{\sqrt{\cos(2x)}}{2}+C$
86	$\int \sqrt{4+\sqrt{4-x}}dx$	$-\frac{4\left(\sqrt{4+\sqrt{4-x}}\right)^5}{5}+\frac{16\left(\sqrt{4+\sqrt{4-x}}\right)^3}{3}+C$	100	$\int \frac{x^5dx}{\sqrt{x^3+2}+\sqrt{x^3-3}}$	$\frac{2}{15}\left[\frac{\left(\sqrt{x^3+2}\right)^5}{5}-\frac{2\left(\sqrt{x^3+2}\right)^3}{3}-\frac{\left(\sqrt{x^3-3}\right)^5}{5}-\left(\sqrt{x^3-3}\right)^3\right]+C$
87	$\int (s+1)^2\sqrt{3+s}ds$	$2\left(\frac{\left(\sqrt{3+s}\right)^7}{7}-\frac{4\left(\sqrt{3+s}\right)^5}{5}+\frac{4\left(\sqrt{3+s}\right)^3}{3}\right)+C$			
88	$\int \frac{\sqrt[3]{\text{sen}^2(x)}}{\csc(2x)}dx$	$6\frac{[\text{sen}(x)]^{8/3}}{8}+C$			
89	$\int \frac{4\,\text{sen}(3x)}{[\cos(3x)+2]^3}dx$	$\frac{2}{3[\cos(3x)+2]^2}+C$			
90	$\int \frac{dx}{\left(\sqrt{x}+5\right)^{4/3}}$	$2\left(\frac{3\left(\sqrt{x+5}\right)^{2/3}}{2}+\frac{15}{\left(\sqrt{x+5}\right)^{1/3}}\right)+C$			
91	$\int \frac{\left(2+\sqrt{x}\right)^{1/3}dx}{\sqrt{x}}$	$\frac{3\left(2+\sqrt{x}\right)^{4/3}}{2}+C$			
92	$\int \frac{\sec^3(x)\text{sen}(x)dx}{[5+\sec^2(x)]^4}$	$-\frac{1}{6[5+\sec^2(x)]^3}+C$			
93	$\int \frac{(x^2+3)dx}{\sqrt[5]{x+1}}$	$5\left(\frac{\left(\sqrt[5]{x+1}\right)^{14}}{14}-\frac{2\left(\sqrt[5]{x+1}\right)^9}{9}+\left(\sqrt[5]{x+1}\right)^4\right)+C$			
94	$\int \sqrt{2-\sqrt{x}}dx$	$-\frac{8\left(\sqrt{2-\sqrt{x}}\right)^3}{3}+\frac{2\left(\sqrt{2-\sqrt{x}}\right)^6}{3}+C$			

NOTA: Las respuestas obtenidas en estos ejercicios pueden variar, según la metodología que se emplee para la resolución de alguno de ellos. Por lo tanto esta deberá ser tomada solo como referencia. Si existiera discrepancia entre los resultados obtenidos con los mostrados acá, se recomienda dar valores simples y al azar tanto a "x" como a "y", dentro del dominio de las funciones, para luego despejar a "C", este valor deberá ser igual en ambos resultados.

III. ECUACION DIFERENCIAL DE VARIABLE SEPARABLE:

1. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales de variables separables.

N°	Ecuación	Condición	Respuesta
01	$\sqrt{4-x^2}\,dy + x\,dx = 0$		$y = \sqrt{4-x^2} + C$
02	$f'(x) = \dfrac{x\sqrt{x^2-3}}{y^2}$		$\dfrac{y^3}{3} = \dfrac{\sqrt{(x^2-3)^3}}{3} + C$
03	$y(1+x^3)^2\,dy + x^2(1+y^2)^3\,dx = 0$		$-\dfrac{1}{4(1+y^2)^2} = \dfrac{1}{3(1+x^3)} + C$
04	$\dfrac{d^2y}{dx^2} = sen(3x) + \cos(3x)$		$y = -\dfrac{sen(3x)}{3} - \dfrac{\cos(3x)}{3} + 3C_1x + C_2$
05	$y\sec(3x-1)dy + \csc(1-y^2)dx = 0$		$\dfrac{\cos(1-y^2)}{2} = -\dfrac{sen(3x-1)}{3} + C$
06	$f''(x) = \cos^2(2x)$	Si $\begin{cases} f(0)=1 \\ f'(\pi)=0 \end{cases}$	$y = \dfrac{x^2}{4} - \dfrac{\cos(4x)}{32} - \dfrac{\pi x}{2} + \dfrac{33}{32}$
07	$dx = t(1+t^2)\sec^2(x)dt$		$\dfrac{t^2}{2} + \dfrac{t^4}{2} = \dfrac{x}{2} + \dfrac{sen(2x)}{4} + C$
08	$\sqrt{\dfrac{x}{y}}\dfrac{dy}{dx} = [sen(\sqrt{x}+\sqrt{y}) + sen(\sqrt{x}-\sqrt{y})]\cos(\sqrt{y})$		$tg(\sqrt{y}) = -2\cos(\sqrt{x}) + C$
09	$f''(x) = 4x + 3$	Si $\begin{cases} f(1)=2 \\ f'(1)=-3 \end{cases}$	$y = \dfrac{2x^3}{3} + \dfrac{3x^2}{2} - 8x + \dfrac{47}{6}$
10	$dx = \sqrt{\dfrac{x}{y^3}}dy$		$-\dfrac{2}{\sqrt{y}} = 2\sqrt{x} + C$
11	$x^2y^2dy + \sqrt{y^3+1}dx = 0$	Si $\{f(1)=0$	$\dfrac{2\sqrt{y^3+1}}{3} = \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{3}$
12	$\sqrt{\dfrac{y+3}{x+4}}y' = \dfrac{xy-3-y+3x}{xy-8-2x+4y}$	Si $\{f(1)=2$	$\dfrac{(\sqrt{y+3})^3}{3} - 5\sqrt{y+3} = \dfrac{(\sqrt{x+4})^3}{3} - 5\sqrt{x+4}$
13	$y'\csc(2y) + \cos[2(x-y)] = \cos[2(x+y)]$		$-\dfrac{ctg(2y)}{2} = \cos(2x) + C$
14	$y'-\sqrt[3]{\dfrac{2-x}{2-y}} = \dfrac{2}{\sqrt[3]{y-2}}$		$\dfrac{3(\sqrt[3]{y-2})^4}{4} = 2x + \dfrac{3(\sqrt[3]{2-x})^4}{4} + C$

N°	Ecuación	Condición	Respuesta
15	$y'=\frac{x\left(\sqrt{2x-1}-y\sqrt{8x-4}\right)}{4y^3-y}$		$-\frac{1}{4}\left(-2(1-2y)+\frac{3(1-2y)^2}{2}-\frac{(1-2y)^3}{3}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{\left(\sqrt{2x-1}\right)^5}{5}+\frac{\left(\sqrt{2x-1}\right)^3}{3}\right)+C$
16	$\left(3+3x^3+6y+6yx^3\right)^3dy=x^2dx$	Si $\{f(1)=0$	$\frac{(3+6y)^4}{24}=-\frac{1}{6(1+x^3)^2}+\frac{41}{12}$
17	$\left(\frac{y-1}{x+2}\right)^3dy=\frac{dx}{xy^2+2y^2-x-2}$	Si $\{f(-1)=2$	$\frac{(y-1)^6}{6}+\frac{2(y-1)^5}{5}=\frac{(x+2)^3}{3}+\frac{7}{30}$
18	$\left(\frac{y+2}{x-1}\right)^5\frac{dy}{dx}=xy^2+2x^2-y-2$	Si $\{f(2)=-1$	$\frac{(y+2)^5}{5}=\frac{(x-1)^8}{8}+\frac{2(x-1)^7}{7}-\frac{59}{280}$
19	$\left(1+x^3+y+yx^3\right)^5dy=x^2dx$	Si $\{f(1)=0$	$\frac{(y+1)^6}{6}=-\frac{1}{12(x^3+1)^4}+\frac{11}{64}$
20	$\left(\frac{y-1}{x+2}\right)^6dy=\frac{dx}{xy^2+2y^2-x-2}$	Si $\{f(-1)=2$	$\frac{(y-1)^9}{9}+\frac{(y-1)^8}{4}=\frac{(x+2)^6}{6}+\frac{7}{36}$
21	$\frac{d^2y}{dx^2}=2-6x$	Si $f(1)=0$ y pendiente 4	$y=2x^3-x^2+4x+1$
22	$\left(1+y^3+x+xy^3\right)^5dy=y^2dx$	Si $\{f(1)=0$	"C" no existe por evaluación de puntos

NOTA: Al igual que en la sección anterior, las respuestas obtenidas en estos ejercicios pueden variar, según la metodología que se emplee para la resolución de alguno de ellos. Por lo tanto esta deberá ser tomada solo como referencia. Si existiera discrepancia entre los resultados obtenidos con los mostrados acá, se recomienda dar valores simples y al azar tanto a "x" como a "y", dentro del dominio de las funciones, para luego despejar a "C", este valor deberá ser igual en ambos resultados.

2. Resolver las siguientes aplicaciones de ecuaciones diferenciales de variables separables.

a) La pendiente de la recta tangente de una curva en cualquier punto P(x,y) es tres veces la raíz cuadrada de su abscisa. Si el punto (9,4) esta sobre la curva, determine la ecuación de la curva.

Respuesta: $y = 2\sqrt{x^3} - 50$

b) El punto (-2,1) es un máximo relativo de la gráfica de "f". si dicha gráfica presenta un punto de inflexión en x=0 y la f '''(x) es igual a 6. Halle la ecuación de la curva.

Respuesta: $y = x^3 - 12x - 15$

c) La pendiente de la recta tangente a la gráfica de "f" en P(3,0) es 2 y su f ''(x)=2. halle la ecuación de "f"

Respuesta: $y = x^2 - 4x + 3$

d) Una recta horizontal es tangente a la gráfica de "f" en $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, si P$\left(\sqrt{6}/6 ; -5/36\right)$ es un punto de inflexión de "f"; y $f'''(x) = 24x$; halle la ecuación de "f".

Respuesta: $y = x^4 - x^2$

e) La recta $16x - 4y + 23 = 0$ es tangente a la gráfica de "f" en el punto de inflexión de abscisa -1, si $f'''(x) = 6x$, halle la función "f".

Respuesta: $y = \frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 2x + 5$

f) Para cierta curva la $D_x^2 y = 6x - 12$. Si la curva tiene un extremo relativo en el punto (1,5). Halle la ecuación de la curva.

Respuesta: $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

g) Hallar la ecuación de la curva, cuya recta tangente en el punto $(-1;1)$ es paralela a la recta $x + 12y - 13 = 0$. Sabiendo que en cualquier punto de ella se verifica que $f''(x) = x^2 - 1$

Respuesta: $y = \frac{x^4}{12} - \frac{x^2}{2} - \frac{3x}{4} + \frac{2}{3}$